Formelsammlung Hydraulik

1. Hydrostatik:

Pascal´sches Gesetz: $p_1 \cdot A_1 = p_2 \cdot A_2$ **;** $1\text{bar} = \frac{10^5 N}{m^2} = 10^5 \text{Pa}$ **; Kontiglg.:** $Q = v \cdot A = konst$

Volumenstrom Pumpe: $Q_1 = V_1 \cdot n_1$ **;** **Volumenstrom Motor:** $Q_2 = V_2 \cdot n_2$

Moment Pumpe: $M_1 = \frac{V_1 \cdot \Delta p}{2 \cdot \pi}$ **;** **Moment Motor:** $M_2 = \frac{V_2 \cdot \Delta p}{2 \cdot \pi}$

Prinzip hydrostat. Getriebe / Übersetzung: $\frac{n_2}{n_1} = \frac{V_1}{V_2} = \frac{M_1}{M_2}$ **; Wirkungsgrad:** $\eta = P_2 / P_1$

Hydraul. Leistung: $P\,[kW] = \frac{Q\,[ltr/\min] \cdot \Delta p\,[bar]}{600}$**; Mechan. Leistung:** $P = M \cdot \omega = F \cdot v$**;**

2. Hydrodynamik:

Energieerhalt (Bernoulli-Gleichung): $p + \frac{\rho}{2} \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z = konst.$

Erweiterter Bernoulli:

$$(p_1 + \frac{\rho}{2} \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot z_1) - (p_2 + \frac{\rho}{2} \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot z_2) = \sum_i \lambda_i \cdot \frac{l_i}{d_i} \cdot \frac{\rho}{2} v_i^2 + \sum_i \xi_i \cdot \frac{\rho}{2} v_i^2$$

Druckverlust in einer Rohrleitung: $\Delta p_R = \lambda_R \cdot \frac{l_R}{d_R} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$

Rohreibungskoeffizient: lam. Strömung: $\lambda = \frac{64}{\text{Re}}$ turb. Strömung: $\lambda = \frac{0{,}3164}{\sqrt[4]{\text{Re}}}$

Viskosität: $\nu = \frac{\eta}{\rho}$; Reynoldszahl: $\text{Re} = \frac{d \cdot v}{\nu}$; ($\text{Re}_{lam}$<2300 / Re_{turb}>2300 bis etwa 80.000)

ν: kinematische Viskosität; d: hydr. Durchmesser; v: Strömungsgeschwindigkeit

Druckverlust in einem Rohreinbau: $\Delta p_E = \xi_E \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$

3. Hydraulische Netzwerke:

Hydraulischer Widerstand (Reibung): $R_h = \Delta p / Q$

Volumenstrom Blende: $Q_{Bl} = \alpha_D \cdot A \cdot \sqrt{\frac{2}{\rho}} \cdot \sqrt{\Delta p}$; Volumenstrom Drossel: $Q_{Drossel} = \frac{\pi \cdot r^4}{8 \cdot \eta \cdot l} \cdot \Delta p$

Blende: $R_h = 1/(\alpha_D \cdot A) \cdot \sqrt{\rho / 2}$; Rohrleitung: $R_h = \frac{8\eta l}{\pi r^4}$**;** Rechteckspalt: $R_h = \frac{12\eta l}{bh^3}$

Hydraulische Induktivität (Massenträgheit): $L_h = \Delta p / \dot{Q}$

Rohrleitung: $L_h = \frac{\rho \cdot l}{A}$**;** Hydraulikzylinder: $L_h = \frac{m}{A_K^2}$**;** Rotationsmotor: $L_h = \frac{J \cdot 4 \cdot \pi^2}{V^2}$

Hydraulische Kapazität (Kompressibilität): $C_h = Q / \dot{p}$

Flüssigkeitsspeicher: $C_h = \frac{V_0}{E'_{Fl}}$; Speicher mit Feder: $C_h = \frac{V_0}{E'_{Fl}} + \frac{A_K^2}{c}$; mit E_{Fl} = Kompressionsmodul

Formelsammlung Hydraulik

Druckaufbau in einem komplexen hydraulischen Netzwerk: mit R_h, L_h und C_h:

Volumenstrombilanz in einem Knotenpunkt analog Kirchhoff: $\Sigma Q = 0$

Setzt man für die einzelnen Komponenten, d.h. für Q_R, Q_L und Q_C:

$$Q_R = \frac{\Delta p}{R_h}; \qquad \dot{Q}_L = \frac{dQ_L}{dt} = \frac{\Delta p}{L_h} \Rightarrow Q_L = \frac{1}{L_h} \cdot \int \Delta p \cdot dt; \qquad Q_C = C_h \cdot \frac{dp}{dt} = C_h \cdot \dot{p}$$

ergibt sich die Differentialgleichung des Druckaufbaus im hydraulischen Netzwerk

Ein Beispiel: $\ddot{p} + \frac{1}{R_h \cdot C_h} \cdot \dot{p} + \frac{1}{C_h \cdot L_h} \cdot p = \frac{1}{C_h \cdot L_h} \cdot p_1$ mit $\varpi_0 = \sqrt{\frac{1}{C_h \cdot L_h}}$ und $D = \frac{1}{2 \cdot R_h} \cdot \sqrt{\frac{L_h}{C_h}}$

4. Druckflüssigkeiten:

Kinematische Viskosität: $\nu = \eta / \rho$ mit η: dynamische Viskosität; ρ: Dichte

Dichte: $\rho = \frac{\rho_0}{1 + \gamma \cdot \Delta \vartheta}$ mit $\gamma = \frac{1}{V} \cdot \frac{\partial V}{\partial \vartheta}$ bzw. $\rho = \frac{\rho_0}{1 + \beta \cdot \Delta p}$ mit $\beta = \frac{1}{E_{Fl}}$; $\rho_0 = \rho(15°C)$

5. Ventile:

Betätigungskräfte am Schieberventil:

Massenkraft: $F_m = m \cdot \dot{x}$ Coul. Reibung: $F_{RC} = r \cdot sign(\dot{x})$

Newtons. Reibung: $F_{RN} = d \cdot \dot{x}$ Druckkräfte: $F_p = A \cdot \Delta p$

Strömungskräfte: $F_{ax} = f_{(Q,\dot{Q})}$ => $\dot{Q}$ vernachlässigt => $F_{Str} = \frac{\rho \cdot Q^2 \cdot \cos(\varepsilon)}{d \cdot \pi \cdot x}$

6. Pumpen und Motoren:

Pumpenwirkungsgrade:

Volumetrisch: $\eta_{1vol} = \frac{Q_{1eff}}{Q_{1th}} = 1 - \frac{\sum Q_{1L}}{Q_{1th}}$; Hydr./mechanisch: $\eta_{1hm} = \frac{M_{1th}}{M_{1eff}} = \frac{1}{1 + \sum \frac{M_{1verl}}{M_{1th}}}$

Motorwirkungsgrade:

Volumetrisch: $\eta_{2vol} = \frac{Q_{2th}}{Q_{2eff}} = \frac{1}{1 + \sum \frac{Q_{2L}}{Q_{2th}}}$; Hydr./mechanisch: $\eta_{2hm} = \frac{M_{2eff}}{M_{2th}} = 1 - \frac{\sum M_{2verl}}{M_{2th}}$

Konstruktive Daten:

Zahnradpumpen/motoren:

Außenverzahnung
p: 160 - 250 bar
z: Zähnezahl

$V = 0{,}4 - 1200\ cm^3$
$V = \pi * m * z * b * c$
m: Modul; b: Zahnbreite; c: Zahnhöhe

Innenverzahnung
p: bis 350 bar
z: Zähnezahl Innenrad

Zahnringpumpe
V: bis 150 cm^3
p: bis 310 bar

$$V = z * (A_{max} - A_{min}) * b$$

A_{max}: größte Verdrängungsfläche
A_{min}: kleinste Verdrängungsfläche
z: Zähnezahl Innenrad; b: Zahnbreite

Schraubenspindelpumpe
V: bis 800 cm^3
p: bis 200 bar

$$V = \frac{\pi}{4} * (D^2 - d^2) * s * D^2 * \left(\frac{\alpha}{2} - \frac{\sin(s * \alpha)}{4}\right) * s$$

D: Spindelaußen∅; d: Spindelwellen∅
s: Steigungshöhe eines Spindelgangs
$\cos \alpha = (D+d)/2D$

Formelsammlung Hydraulik

Flügelpumpen:

Flügelzellenpumpe: einhubig

V: 30 - 800 cm³

p: 16 - 290 bar

$$V = \pi * b * e * \left(d + e - \frac{z * d}{\pi} \right)$$

e: Exzentrizität d: Rotor∅; b: Flügelbreite; z: Flügelanzahl

Flügelzellenpumpe: mehrhubig

V: 3 - 500 cm³

p: bis 210 bar

$$V = \left(\pi * \frac{D^2 - d^2}{4} - \frac{D - d}{2} * a * z \right) * k * b$$

D: max Hubring∅: a: Flügeldicke; k: Hubzahl

Sperrflügelpumpe:

V: 4 - 400 cm³

p: bis 210 bar

$$V = \frac{b}{2} * \left(D^2 - d^2\right) * \left(\pi - \alpha\right)$$

α: Flügelbogen b: Flügelbreite; D: Hubring∅; d: Rotor∅

Rollflügelpumpe:

V: 8 – 1000 cm³

p: bis 160 bar

$$V = \frac{\pi * b}{2} * \left(D^2 - d^2\right) - \left(z * A_z\right)$$

z: Zähnezahl; A_z: Flügelbreite

Kolbenpumpen/motoren:

Axialkolbenmaschinen

Taumelscheibe:

V: 3 - 300 cm³

p: bis 250 bar

$$V_g = z * d_k^2 * \frac{\pi}{4} * D_z * \tan\alpha$$

D_Z: Teilkreis∅Zylinderblock;

Schrägscheibe:

V: 3 - 3000 cm³

p: bis 600 bar

$$V_g = z * d_k^2 * \frac{\pi}{4} * D_z * \tan\alpha$$

z: Kolbenzahl; d_k: Kolben∅;

Schrägachse:

V: 4 - 4000 cm³

p: bis 500 bar

$$V_g = z * d_k^2 * \frac{\pi}{4} * D_T * \sin\alpha$$

D_T: Teilkreis∅Triebflansch

Radialkolbenmaschinen:

V: bis 15 ltr

p: bis 700 bar

$$V_g = z * d_k^2 * \pi/4 * 2 * e$$

z: Kolbenzahl; d_k: Kolben∅; e: Exzentrizität

Reihenkolbenpumpen:

V: bis 100 cm³

p: bis 1200 bar

7. Hydrostatische Getriebe:

Gesamtwirkungsgrad:

$$\eta_{ges} = \eta_{1vol} \cdot \eta_{1hm} \cdot \eta_{2vol} \cdot \eta_{2hm}$$

Verluste, Gesamtwirkungsgrad, Wärmebilanz:

$$P_{V,ges} = P_{1,V} + P_{L,V} + P_{2,V} = \Delta p_1 \cdot Q_{1,eff} \cdot \left[\frac{1}{\eta_{1,ges}} - (1 - b_1) \cdot (1 - b_2) \cdot \eta_{2,ges} \right]$$

mit b_1 = Anteil Druckverl. in Leitung und b_2 = Anteil Volumenstromverl. durch Abzweigung

Temperatur im System:

$$\vartheta = \vartheta_A + \frac{P_{V,ges}}{B} \cdot (1 - e^{\frac{-t}{\tau}}) \Rightarrow \tau = \frac{C}{B}$$

=> Wärmeabgabevermögen

$$B = \sum k_i \cdot A_i$$

k: Wärmedurchgangszahl; A: wärmeabgebende Fläche

=> Wärmespeichervermögen

$$C = \sum c_i \cdot m_i \qquad C = c_{FL} \cdot \rho_{FL} \cdot k \cdot Q_{1,eff}$$

c: spezifische Wärmekapazität; m: Flüssigkeitsmasse

Formelsammlung Hydraulik

8. Weitere Komponenten:

Behälter:

Behältergröße: $V = k \cdot Q$

Anwendung	k
Stationärhydraulik	**3 ... 5 min**
Mobilhydraulik	**1 ... 2 min**
Flughydraulik	**0,5 ... 1 min**

Rohr- und Schlauchleitungen:

Innendurchmesser: $D_i = F(Q_{max}; v_{max})$ => $D_i = \sqrt{\frac{4 \cdot Q_{\max}}{\pi \cdot v_{\max}}}$ mit v_{max} nach Tabelle

Rohrwanddicke: $t_{min} = F(\Delta p)$

=> $t_{\min} = \frac{\Delta p \cdot D_i}{2 \cdot \sigma_{zul,Rohr}}$

nach Herstellertabellen

Druckbereich	Strömungsgeschwindigkeit
p < 50 bar	$\mathbf{v_{max} = 4}$ **m/s**
p = 50 – 100 bar	$\mathbf{v_{max} = 4 - 5}$ **m/s**
p = 100 – 200 bar	$\mathbf{v_{max} = 5 - 6}$ **m/s**
p > 200 bar	$\mathbf{v_{max} = 6 - 7}$ **m/s**

Filterkennwerte:

Beurteilung: => β-Wert => Multi-Pass-Test $\beta_x = \frac{N_{x,u}}{N_{x,d}} = \frac{Partikel_{vor}}{Partikel_{hinter}} Filter$

=> Abscheidegrad $\varepsilon = 1 - \frac{1}{\beta_x} = \frac{N_{x,u} - N_{x,d}}{N_{x,u}}$

Hydrospeicher:

Unterer Systemdruck = p_1; oberer Systemdruck = p_2; maximaler Systemdruck = p_3

Faustregel zur Auslegung: Vorfülldruck $p_v \approx 0{,}9 \cdot p_1$ und $p_3 \approx 1{,}1 \cdot p_2$

Thermodynamische Zustandsänderungen im Hydrospeicher:

schnell => adiabat: $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\kappa-1}$ **=> Entnahmemenge:** $E_a = V_1 \cdot \left(1 - \left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{1}{\kappa}}\right)$;

$W_{12,a} = \frac{V_1 \cdot p_1}{\kappa - 1} \cdot \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1\right]$; $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)_{opt,a} = 0{,}308$; $W_{12,a} = 0{,}308 \cdot p_2 \cdot V_1$

langsam => isotherm $p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2 = konst$ **=> Entnahmemenge:** $E_i = V_1 \cdot \left(1 - \frac{p_1}{p_2}\right)$;

$W_{12,i} = V_1 \cdot p_1 \cdot \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$; $\left(\frac{p_1}{p_2}\right)_{opt,i} = 0{,}368$; $W_{12,i} = 0{,}368 \cdot p_2 \cdot V_1$

Dynamik von Hydrospeichern:

$\omega = \sqrt{\frac{1}{L_H \cdot C_H}}$ mit $C_H = \frac{1}{\kappa} \cdot \frac{V_m}{p_m}$ und $L_H = \frac{\rho \cdot l}{A}$; $L_{H,Kolben} = \frac{m_K}{A_K^{\ 2}}$; $L_{H,ges} = \sum L_{H,i}$