

$v_{\max}$ -Bestimmung mal verständlich

Im folgenden soll erläutert werden, wie man relativ einfach den Leistungsbedarf eines Fahrzeugs für eine bestimmte Geschwindigkeit errechnen kann. Die folgenden Rechnungen erlauben die rasche Entlarvung von Stammtisch-Prahlerien á la "mein serienmäßiger BMW 316i fährt "echte" 220km/h" oder so ähnlich.

Um ein Fahrzeug auf eine Geschwindigkeit zu bringen, müssen gewisse Widerstände überwunden werden. Man spricht hier von Fahrwiderständen. Man unterscheidet folgende Fahrwiderstände:

- Luftwiderstand F_L
- Rollwiderstand F_R
- Steigungswiderstand F_S
- Beschleunigungswiderstand F_B

Der gesamte Fahrwiderstand des Fahrzeugs ergibt sich aus der Addition der einzelnen Widerstände

$$F = F_L + F_R + F_S + F_B$$

Die Leistung errechnet sich nach dem physikalischen Zusammenhang

$$P = F \cdot v$$

Doch bestimmen wir lieber zunächst mal die einzelnen Widerstandskräfte.

Der Luftwiderstand F_L

$$F_L = c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2$$

mit

c_W : Luftwiderstandsbeiwert, der für serienmäßige Fahrzeuge meist vom Hersteller ermittelt wird

A : Querspanfläche, die ebenfalls vom Hersteller angegeben wird

ρ : Luftdichte, für Abschätzungen dieser Art geht man von $\rho = 1,226 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ aus

v : Fahrzeuggeschwindigkeit (eigentl. relative Anströmgeschwindigkeit, aber hier kein Wind!)

Der Rollwiderstand F_R

$$F_R = \mu \cdot m \cdot g$$

mit

μ : Reibungskoeffizienten (vereinfacht Reifen-Asphalt: $\mu = 0,02$)

m : Fahrzeugmasse (inkl. eventl. Zuladung!)

g : Erdbeschleunigung, $g = 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

Der Steigungswiderstand F_s

$$F_s = m \cdot g \cdot \sin \alpha$$

mit

α : Neigung der Straße in Fahrtrichtung (Steigung $\Rightarrow \alpha > 0$, Gefälle $\Rightarrow \alpha < 0$)

Die Ermittlung der Höchstgeschwindigkeit erfolgt immer in der Ebene, also bei $\alpha = 0$. Da der Sinus von 0° Null ist, wird damit F_s zu Null.

Für die Betrachtung der Höchstgeschwindigkeit gilt also

$$F_s = 0$$

Der Beschleunigungswiderstand F_B

$$F_B = m \cdot a$$

mit

a : Fahrzeugbeschleunigung

Weil der Punkt der Höchstgeschwindigkeit dadurch gekennzeichnet ist, daß das Fahrzeug nicht weiterbeschleunigt, folgt daraus, daß a Null sein muß. Damit ergibt sich

$$F_B = 0$$

Der Gesamtwiderstand

Setzt man nun die einzelnen Formeln ein, ergibt sich für den Gesamtwiderstand

$$F = F_L + F_R + F_S + F_B$$

$$F = c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 + \mu \cdot m \cdot g + 0 + 0$$

$$F = c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 + \mu \cdot m \cdot g$$

Eingesetzt in die Leistungsformel ergibt sich

$$P = F \cdot v$$

$$P = \left(c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 + \mu \cdot m \cdot g \right) \cdot v$$

So kann man mit einer handvoll Daten die für eine bestimmte Geschwindigkeit benötigte Motorleistung berechnen. Zu beachten ist dabei, daß es sich bei der hier berechneten um die an der Antriebsachse benötigte Leistung handelt. Möchte man die erforderliche Motorleistung bestimmen, muß der Wirkungsgrad des Antriebsstranges berücksichtigt werden. Bei einem anständig gewerteten Fahrzeug kann man hier von etwa 80-85% Wirkungsgrad ausgehen. Im ungünstigen Fall gilt also:

$$P_{Motor} = \frac{P}{0,8}$$

$$P_{Motor} = P \cdot 1,25$$

$$P_{Motor} = \left(c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 + \mu \cdot m \cdot g \right) \cdot v \cdot 1,25$$

Alle Einheiten sind SI-Einheiten, d.h. die Fahrgeschwindigkeit muß in $\frac{m}{s}$ angegeben werden!

Berechnen wir mal ein Beispiel

Berechnet werden soll der Leistungsbedarf für ein Fahrzeug der BMW E30-Serie mit folgenden Daten bei 200km/h

$$c_W = 0,37$$

$$A = 1,86 \text{ m}^2$$

$$m = 1140 \text{ kg}$$

$$v = 200 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{200 \text{ m}}{3,6 \text{ s}} = \underline{55,55 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$$

$$P_{\text{Motor}} = \left(c_W \cdot A \cdot \frac{\rho}{2} \cdot v^2 + \mu \cdot m \cdot g \right) \cdot v \cdot 1,25$$

$$P_{\text{Motor}} = \left(0,37 \cdot 1,86 \text{ m}^2 \cdot \frac{1,226 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}}{2} \cdot \left(55,55 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 + 0,02 \cdot 1140 \text{ kg} \cdot 9,81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) \cdot 55,55 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 1,25$$

$$P_{\text{Motor}} = 105.924 \text{ W} = \underline{\underline{106 \text{ kW}}}$$

106 kW entsprechen übrigens 144 PS (für Freunde der alten Einheit).

Diese 106 kW werden für "echte" 200 km/h benötigt. Möchte man schneller fahren mit der gleichen Leistung, muß eine der Komponenten in der Formel oben geändert werden. In Frage kommen da nur

- der Luftwiderstandsbeiwert c_W : Er muß für eine Verbesserung der Fahrleistungen verkleinert werden. Dies ist relativ aufwendig, da größere Änderungen an der Karosserie nötig sind. Die meisten Spoiler bringen übrigens KEINE Verbesserung des c_W -Wertes mit sich, sondern eine Verschlechterung! Zubehör-Spoiler sollen, sofern sie nicht bloß der Optik dienen, den Abtrieb an der jeweiligen Achse erhöhen, damit das Fahrzeug mit zunehmender Fahrgeschwindigkeit stärker an die Straße gepresst wird und höhere Kräfte (speziell Seitenkräfte) auf die Straße übertragbar sind. Die Anpresskraft wird aus der Umlenkung des Luftstromes um das Auto herum erreicht. Dadurch wird die Luftströmung aus ihrer "idealen" Bahn abgelenkt, was zu Strömungsverlusten führt, die einer Erhöhung des c_W -Wertes zur Folge haben.
Ausgenommen hiervon sind Spoiler mit dem Ziel der c_W -Wert-Verbesserung, z.B. am Opel Astra Eco 4. Diese senken allerdings gleichzeitig den Abtrieb! Dieser Zusammenhang ist zwischen Abtrieb und c_W -Wert ist physikalisch bewiesen! Auch ein keilförmig tiefergelegtes Fahrzeug hat einen etwas schlechteren c_W -Wert, als

das Serienfahrzeug, da durch den gegenüber der Straße nach hinten ansteigende Unterboden einem Diffusor gleichkommt. Dadurch erhöht sich die Anpresskraft des Fahrzeugs auf die Straße. Leider haben Diffusoren einen schlechten Strömungswirkungsgrad, d.h. auch hier treten Verluste auf, die den

-Wert verschlechtern!

- die Querspanntfläche A : Sie wird folgendermaßen ermittelt: Man stellt das Fahrzeug mit dem Heck vor eine Wand und bestrahlt den Wagen von der Front aus parallel zur Längsachse des Fahrzeugs mit parallelen Lichtstrahlen. Die Fläche des sich abzeichnenden Schattens ist die Querspanntfläche. Sie zu verringern ist schwierig, das abmontieren des linken Außenspiegels bringt herzlich wenig.
- die Masse m : Der Einfluß dieser Größe strebt gegen 0, da der Zusammenhang auch kaum geschwindigkeitsabhängig ist, ergibt sich hier eine sehr eingeschränkte Tuningsmöglichkeit. Die Beschleunigung erhöht sich allerdings merklich mit abnehmender Fahrzeugmasse.

Zur Erhöhung der Geschwindigkeit kommt also im wesentlichen nur eine Leistungssteigerung in Frage. Doch aufgepasst, wer meint mit dem versprochenen Leistungsplus, z.B. aus dem Tuningchip, viel schneller voranzukommen, sieht sich bald enttäuscht. Hier der physikalische Zusammenhang (stark zusammengekurzt), den man bei Kenntnis der vorherigen Höchstgeschwindigkeit und Motorleistung als Überschlagsrechnung verwenden kann:

$$v_{neu} = v_{eingetragen} \cdot \sqrt[3]{\frac{P_{neu}}{P_{eingetragen}}}$$

Für eine Leistungssteigerung um den Faktor 1,1 (10% Leistungsplus)

kann der Wagen dann um den Faktor $\sqrt[3]{1,1} = 1,032$ (3,2%

Geschwindigkeitsplus !) schneller fahren. Der Leistungsbedarf steigt in der 3. Potenz mit der Geschwindigkeit, d.h. um die Geschwindigkeit zu verdoppeln, müßte man die Leistung verachtfachen! Hier noch ein paar Tips, warum man trotzdem höhere Geschwindigkeiten vom Tacho ablesen kann:

- Tachos zeigen immer zu viel an, das ist gesetzliche Verpflichtung! Bis zu 10% können da drin stecken.

- Die Strecke ist nicht eben! Ein sehr häufiger Fehler ist die Annahme, das die gefahrene Strecke eben sei! Geschwindigkeits-Messfahrten werden deshalb immer auf wirklich ebener Straße und immer in beiden

Richtungen nacheinander gefahren! Die daraus gemittelte Geschwindigkeit ist die erreichbare Höchstgeschwindigkeit. Und nebenbei: 1-2% Gefälle merkt man im Auto kaum, außer daran, daß es deutlich schneller fahren kann. Bei nur 1% Gefälle benötigt das oben berechnete Fahrzeug bereits 8kW weniger Leistung für 200km/h, d.h. es könnte schon 205 km/h schnell fahren!

Also, bei dem nächsten Mal, wenn jemand sein Auto hoch lobt und der Meinung sei, es führe "echte" XXX km/h (schneller als eingetragen), sollte er sich einmal überlegen, ob alle der hier beschriebenen Möglichkeiten wirklich auszuschließen sind! Wenn ja, könnte man sich ja mal um den Nobelpreis für Physik bewerben, dann aber bitte mir bescheid geben, das interessiert mich schon aus beruflichen Gründen!